

۱- تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه $k + 2$ عضوی ۲۴ تا بیشتر از تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه k عضوی است. مقدار k را بیابید.

$$2^{k+2} - 2^k = 24 \Rightarrow 2^k(2^2 - 1) = 24 \Rightarrow 2^k = 8 = 2^3 \Rightarrow k = 3$$

۲- هر گاه $A = \{q, r, s\}$ و $B = \{p, r, m\}$ و $C = \{r, m\}$ سه زیر مجموعه از مجموعه مرجع

$M = \{p, m, q, r, s, t\}$ باشند، درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را بررسی کنید.

(الف) از $C \subseteq B$ نتیجه می شود $B' \subseteq C'$

$$B' = \{q, s, t\} \subseteq \{p, q, s, t\} = C' \quad \text{و} \quad C = \{r, m\} \subseteq \{p, r, m\} = B$$

(ب) $(A \cup B)' = A' \cap B'$

$$A \cup B = \{p, m, q, r, s\} \Rightarrow (A \cup B)' = \{t\}$$

$$A' = \{p, m, t\}, B' = \{q, s, t\} \Rightarrow A' \cap B' = \{p, m, t\} \cap \{q, s, t\} = \{t\}$$

(ج) $A - B = A \cap B'$

$$A - B = \{q, r, s\} - \{p, r, m\} = \{q, s\}$$

$$A \cap B' = \{q, r, s\} \cap \{q, s, t\} = \{q, s\}$$

(د) $A - B = A - (A \cap B)$

$$A - B = \{q, r, s\} - \{p, r, m\} = \{q, s\}$$

$$A - (A \cap B) = \{q, r, s\} - \{r, m\} = \{q, s\}$$

۳- با استفاده از نکات و روابط ثابت کنید: $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$

$$A - (B \cup C) = A \cap (B \cup C)' = A \cap (B' \cap C')$$

$$(A - B) \cap (A - C) = (A \cap B') \cap (A \cap C') = A \cap (B' \cap C')$$

۴- سه عضو ابتدای مجموعه $D = \left\{ x \mid x = (-1)^{k+1} \frac{3k}{k^3+2}, k \in \mathbb{N} \right\}$ را بنویسید.

$$D = \left\{ (-1)^{1+1} \frac{3(1)}{1^3+2}, (-1)^{2+1} \frac{3(2)}{2^3+2}, (-1)^{3+1} \frac{3(3)}{3^3+2}, \dots \right\} = \left\{ 1, \frac{-3}{5}, \frac{9}{29}, \dots \right\}$$