



مسائل تکمیلی - ریاضی عمومی (۱) - (روشهای انتگرالگیری صراحت)

نقشه‌های زیر را محاسبه کنید:

- | | | |
|-----------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| ۱) $\int \frac{dx}{x^2+1}$ | ۲) $\int \frac{\sqrt{x} dx}{1+x+\sqrt{x}}$ | |
| ۳) $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x}+\sqrt{x}}$ | ۴) $\int \frac{\sqrt{x} dx}{x+\sqrt{x}}$ | ۵) $\int \cos(\ln x) dx$ |
| ۶) $\int (\ln x)^2 dx$ | ۷) $\int \sin^{-1} x dx$ | ۸) $\int x \sqrt{1+2x} dx$ |
| ۹) $\int x \sin x \cos x dx$ | ۱۰) $\int \frac{dx}{1+x^2}$ | ۱۱) $\int (\sin^{-1} x)^2 dx$ |
| ۱۲) $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{1+2x}}$ | ۱۳) $\int \frac{(1+\tan x) dx}{\sin 2x}$ | ۱۴) $\int_0^{\ln 2} \frac{dx}{e^x + 2e^{-x}}$ |
| ۱۵) $\int \frac{dx}{2+\sin x}$ | ۱۶) $\int_1^2 \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2 dx$ | ۱۷) $\int \frac{x^2 dx}{x^2-1}$ |
| ۱۸) $\int_1^2 \frac{2 dx}{(1+x) e^{\ln \sqrt{x}}}$ | ۱۹) $\int_0^2 \sqrt{\frac{2+x}{2-x}} dx$ | ۲۰) $\int \sin^2(1+\ln x) dx$ |
| ۲۱) $\int \cos^{-1} \sqrt{\frac{x}{x+1}} dx$ | ۲۲) $\int x e^x \sin x dx$ | ۲۳) $\int \frac{dx}{\sqrt{1+e^x} + \sqrt{1-e^{-x}}}$ |
| ۲۴) $\int \frac{x \ln x dx}{(x^2-1)^{3/2}}$ | ۲۵) $\int \frac{dx}{(2+x)\sqrt{1+x}}$ | ۲۶) $\int \frac{e^x(1+e^x) dx}{\sqrt{1-e^{2x}}}$ |
| ۲۷) $\int \frac{dx}{\sqrt{x} - x\sqrt{x}}$ | ۲۸) $\int \frac{dx}{e^{2x} - 2e^x + 2}$ | ۲۹) $\int \frac{\ln x dx}{(1+\ln x)^2}$ |
| ۳۰) $\int \frac{x \ln x dx}{(1+x^2)^2}$ | ۳۱) $\int \frac{1+\sin(\ln x) dx}{1+\cos(\ln x)}$ | ۳۲) $\int \frac{dx}{\sin^2 x + \cos^2 x}$ |
| ۳۳) $\int \frac{\tan^{-1} \sqrt{x} dx}{\sqrt{x}(1+x)}$ | ۳۴) $\int \frac{x^2 dx}{(x^2+1)\sqrt{x+1}}$ | ۳۵) $\int_1^e \frac{dx}{x \sqrt{1-(\ln x)^2}}$ |
| ۳۶) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\cos^2 x}}{\sqrt{\sin^2 x} + \sqrt{\cos^2 x}} dx$ | ۳۷) $\int_{-1}^1 \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} dx$ | ۳۸) $\int_{-a}^a (f(x) - f(-x)) dx$ |
| ۳۹) $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{(x-e^x)} dx$ | ۴۰) $\int \frac{dx}{x(x+1)^2}$ | ۴۱) $\int \frac{y^r dy}{\sqrt{y^r - r}}$ |

مسائل تکلیفی - ریاضی عمومی (۱) -

۴۲) برای چه مقدری از c انتگرال $\int_2^{\infty} (\frac{cx}{x^2+1} - \frac{1}{2x+1}) dx$ همگراست؟

۴۳) تست وجهی شرط لازم و کافی برای آنکه انتگرال $\int_0^{+\infty} \frac{\cosh \alpha t}{\cosh \beta t} dt$ همگرا باشد آنگاه $\alpha < \beta$

۴۴) صحت کنید: $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^k} = \int_0^{+\infty} \frac{x^2}{1+x^k} dx$

۴۵) در وگرایی یا همگرایی انتگرال $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x+x^k}}$ صحت کنید.

۴۶) با فرض $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \frac{\pi}{2}$ مقدار انتگرال $\int_0^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx$ را حساب کنید.

۴۷) اگر انتگرال $\int_1^{\infty} (x\sqrt{\frac{x-1}{x+1}} - ax - b - \frac{c}{x}) dx$ همگرا باشد فزاینده a و b و c را تعیین کنید.

۴۸) تست وجهی: $\int_0^{+\infty} \frac{x \ln x}{(1+x^2)^2} dx = 0$

۴۹) در وگرایی یا وگرایی انتگرال زیر صحت کنید:

۴۹) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{e^{x(\ln x)^p}}$

۵۰) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+3}}$

۵۱) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^2+4x}}$

۵۲) $\int_0^{\infty} e^{-x^r} \cos x dx$

۵۳) $\int_0^1 \frac{dx}{1-x^2}$

۵۴) $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} dx$

۵۵) مطلوبیت بسط تانج $f(x) = x^{\sqrt{2}}$ حل نقطه $x=1$.

۵۶) جمع سری همگرای $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)}$ را پیدا کنید.

۵۷) نامده همگرایی کرین از سری زیر را بیابید:

۵۷) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n(n+1)}$

۵۸) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+1)^n}{r^n \cdot n^2}$

۵۹) $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \cdot \ln \frac{n+1}{n}$

۶۰) $\sum_{n=0}^{\infty} n^2 (2x-3)^n$

در واکرانی یا همگرانی هر یک از سریهای زیر بحث کنید:

- $41) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \times 3 \times 5 \times \dots \times (2n-1)}{2 \times 4 \times 6 \times \dots \times 2n}$
 $42) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\ln n)^n}{n \sqrt{n}}$
 $43) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n \cdot n!}{n}$
 $44) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^a (\ln n)^a}$
 $45) \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^r}$
 $46) \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[n]{n} - 1)^{2n}$
 $47) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n (\ln(\ln n))^r}$
 $48) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r + \cos n}{n + \ln n}$
 $49) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{\pi^n \cdot n!}$
 $50) \sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \frac{1}{n}$
 $51) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{(n)^n}{e}$
 $52) \sum_{k=2}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{x^k}{k (\ln k)^r}$
 $53) \sum_{n=1}^{\infty} n (\sinh \frac{1}{n} - \sin \frac{1}{n})$
 $54) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tan^{-1} n}{n^r + 1}$
 $55) \sum_{n=1}^{\infty} n^n e^{-n^r}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} (\cosh^{-1} x - \ln x)$ را بیابید.

نمودارهای زیر را در دستگاه قطبی رسم کنید:

- $56) r^2 = 1 + \sin \theta$
 $57) r = \sin 4\theta$
 $58) r = \sin^2 \theta$
 $59) r = \sin(\theta/4)$
 $60) r = 1 + \cos \theta/4$

17) مطلوبیت های سهم فرمولهای محیط و مساحت کس کار دیونیس (دلتا).